

7. Кинетика на ядрения реактор. Кинетика на мигновени и закъсняващи нейтрони. Период на реактора. Изменение на нейтронния поток при рязка промяна на реактивността. Граница на управляемост на реактора.

Реакторната кинетика е дял от реакторната физика, който се занимава с предсказване на поведението на плътността на нейтронния поток $\Phi(\mathbf{r}, E, t)$ при нарушаване на критичния нейтронен баланс. Поради статистически големите концентрации на нейтрони в реалните енергетични реактори, тяхното поведение е *детерминистично* и такава е приложимата за тях кинетика.

Пример:

Условието за критичност на реактора изисква точен баланс между два динамични процеса: скоростта на генерация на нейтрони и скоростта на изчезване на нейтрони. В един реактор с топлинна мощност 3000 MW се генерират $\approx 2.25 \cdot 10^{20}$ нейтрона в секунда и изчезват (поради поглъщане или утечки) също $\approx 2.25 \cdot 10^{20}$ нейтрона в секунда (~ 0.37 mg). Средното време на живот на тези нейтрони е между 10^{-7} и 10^{-3} s в зависимост от типа на реактора. Оттук следва, че ако скоростта на генерация превиши скоростта на изчезване на нейтрони с една хилядна в продължение на една секунда при средно време на живот на един нейтрон например $5 \cdot 10^{-5}$ s, мощността на реактора след изтичане на тази секунда би нараснала приблизително $(1.001)^{1/(5 \cdot 10^{-5})} = 4.8 \cdot 10^8$ пъти! Ако реакторът би съществувал в този момент (което е невъзможно), той би произвеждал около 200 килограма нейтрони в секунда.

1. Уравнение на реакторната кинетика

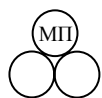
1.1. Елементарно уравнение на реакторната кинетика

При възможност за верижна реакция основна характеристика на процеса е *коефициентът на размножение* K . Коефициентът на размножение е равен на отношението на броя нейтрони в дадено поколение към броя нейтрони в предишното поколение:

$$K = \frac{n_i}{n_{i-1}} \quad 7.1$$

При $K = 1$ броят нейтрони и мощността на реактора не се изменят, при $K > 1$ мощността на реактора се увеличава, при $K < 1$ мощността на реактора намалява.

Нормираното отклонение от 1 на коефициента на размножение се нарича **реактивност**:



$$\rho = \frac{K-1}{K} \quad 7.2$$

Реактивността е безразмерна величина и се изразява в:

- абсолютни единици ($\frac{\Delta K}{K}$);
- в проценти ($\frac{\Delta K}{K} * 100$);
- в единици рсм, ($\frac{\Delta K}{K} * 100\,000$) или проценти по 1000;
- кратни на β единици, които се наричат "долари" и "центове". Следователно $\rho = \beta$ означава реактивност 1 долар, или 100 цента;
- "обратен час": такава реактивност ρ , при която периодът на реактора T е един час.

Реактивността се измерва в части на "обратния час" или в кратни на него. Тази единица вече не се употребява.

Нека да предположим, че в реактора има n неутрона. При $K \neq 1$ промяната на броя неутрони за едно поколение ще бъде $\Delta n = n(K-1) = n\Delta K$.

Ако времето на живот на едно поколение неутрони е l , то уравнението описващо промяната на броя неутрони във времето е:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\Delta K}{l} n \quad 7.3$$

Решението на уравнението при предположение за брой неутрони n_0 в $t = 0$ е:

$$n(t) = n_0 e^{\frac{\Delta K}{l} t} \quad 7.4$$

Как би изглеждал неутронният поток във времето, ако коефициентът на размножение K е малко над 1, напр. $K = 1.001$?

За водно-водни реактори времето на живот на едно поколение неутрони е около 2×10^{-5} s. Тогава за 1 s:

$$\frac{n(1)}{n_0} = e^{\frac{0.001}{2 \times 10^{-5}}} = e^{50} = 5.18 \times 10^{21} \quad 7.5$$

От уравнение (7.5) се вижда, че управлението на реактор с много късо време на живот на едно поколение неутрони е много трудна задача. Задачата се улеснява значително, тъй като малка част от неутроните се излъчват със закъснение спрямо момента на делене.

При наличие на закъсняващи неутрони средното време на живот се определя от:

$$\bar{l} = l(1 - \beta) + (l + \tau)\beta, \quad 7.6$$

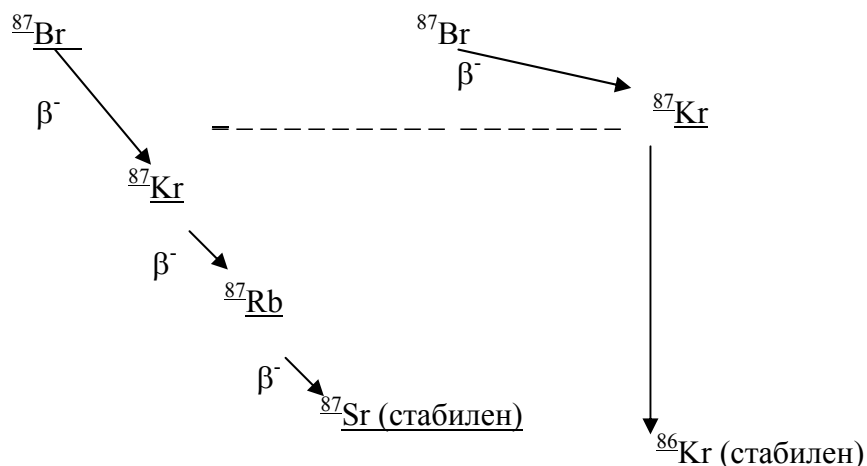
където τ е средното време на живот на ядрата-предшественици. Тъй като $l \ll \tau$, $\bar{l} \approx \tau\beta = 0.0845 \approx 0.1 \text{ s}$ (за ^{235}U). Въпреки малката част на закъсняващите неутрони, средното време на живот на едно поколение неутрони се увеличава с няколко порядъка. Зависимостта (7.5) с отчитане на закъсняващи неутрони е:

$$\frac{n(1)}{n_0} = e^{\frac{0.001}{0.085}} = e^{0.0118} \approx 1.0118 \quad 7.7$$

Този резултат показва, че при наличие на закъсняващи неутрони е възможно управлението на верижната реакция чрез малки изменения на коефициента на размножение. Периодът, за който неутронния поток се изменя “ e ” пъти се нарича **период на реактора**.

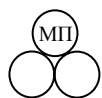
Величината $T = \frac{\bar{l}}{\Delta K}$ се нарича период на реактора, където $\Delta K = K - 1$.

Закъсняващите неутрони се освобождават от някои фрагменти на делене, които след β -разпадане се оказват нестабилни по брой на неутроните в техните ядра. Тези неутрони се изпускат незабавно след β -разпадането. На Фиг. 7.1 е показана схема на разпадане на един изотоп предшественик на закъсняващи неутрони.



Фигура 7.1. Пример на образуване на едно от ядрата предшественици ^{87}Br с период на полуразпадане 55.7 s

След делене фрагментът на делене е с голям излишък на неутрони, а също така в силно деформирано състояние в сравнение със стационарната форма. Като правило потенциалната енергия в следствие на деформацията позволява на ядрото веднага да се “избави” от един



или няколко неутрона, които се изпускат за време по-късо от 10^{-14} s (приблизително за 10^{-14} s ядрото фрагмент спира до скорост 0 в материала на горивото). Тези неутрони се наричат *мигновени неутрони*, по време на този процес се изпускат и мигновени гама-кванти.

По-нататъшното намаляване на броя на излишни неутрони става чрез превръщането на някои неутрони в протони, причината за което е слабото взаимодействие. Процесът е известен като β^- разпадане и се характеризира с излъчването на бета-минус частица (електрон) с непрекъснат спектър от 0 до максималната енергия за съответния преход и антинеутрино. Бета-разпаданията продължават дотогава, докато се стигне до стабилно ядро. При бета-разпаданията ядрата, които се образуват, са най-често във възбудено състояние, т.е. след бета-разпадане се излъчват гама-кванти.

В редки случаи, например за ^{87}Br в два случая от сто, в резултат на първото бета-разпадане дъщерният изотоп може да се получи в силно възбудено състояние, съизмеримо с енергията на връзка на най-външните в ядрото неутрони, и вместо гама квант да се излъчи неутрон. Такъв един неутрон се нарича *закъсняващ неутрон*, закъснението идва от бета-разпадането.

Има над 200 вида ядра-предшественици на закъсняващи неутрони, но повечето от тях са с много малък добив при делене, така че за описване на източника на закъсняващи неутрони е достатъчно да се приеме, че $I=6$ - т.е. има общо 6 вида "фиктивни" ядра-предшественици, групирани по близки периоди на полуразпадане. Предшествениците на закъсняващи неутрони се получават при делене, така че с β_i^j се обозначава делът от общия брой неутрони при едно средностатистическо делене на нуклида j (^{235}U , ^{239}Pu , ^{238}U и т.н.) на закъсняващите неутрони, изпуснати от i -тия предшественик.

При делене на ^{235}U с топлинни неутрони характеристиките на предшествениците на закъсняващи неутрони са:

Група	Константа на разпадане λ_i [s^{-1}]	Време на живот $\tau_i=1/\lambda_i$ [s]	Добив β_i
1	0.0124	80.6	0.00022
2	0.0305	32.8	0.00142
3	0.111	9.0	0.00127
4	0.301	3.32	0.00257
5	1.14	0.88	0.00075
6	3.01	0.33	0.00027
			$\sum \beta_i = 0.0065$

Средната константа на разпадане се определя от :

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\beta}{\sum_i \frac{\beta_i}{\lambda_i}} \cong 0.077 s^{-1} \quad 7.8$$

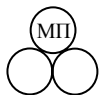
При делене на ^{239}Pu с топлинни неутрони характеристиките на предшествениците на закъсняващи неутрони са:

Група	Константа на разпадане λ_i (s^{-1})	Време на живот $\tau_i=1/\lambda_i$ [s]	Добив β_i
1	0.0128	78.1	0.000072
2	0.0301	32.2	0.000626
3	0.124	8.06	0.000444
4	0.325	3.08	0.000685
5	1.12	0.89	0.000180
6	2.67	0.37	0.000093
			$\sum \beta_i = 0.0021$

Пълните добиви (β , %) на закъсняващи неутрони при делене с топлинни (th) и бързи (f) неутрони на всички делящи се нуклиди са:

	^{232}Th	^{233}U	^{235}U	^{238}U	^{239}Pu	^{240}Pu	^{241}Pu
th	0	0.266	0.641	0	0.210	0	0.533
f	2.03	0.267	0.65	1.48	0.212	0.266	0.531

Вижда се, че добивите на закъсняващи неутрони при делене на ^{239}Pu са значително по-ниски, отколкото при делене на ^{235}U . Следователно с натрупването на ^{239}Pu в процеса на работата на реактора характеристиките на закъсняващите неутрони ще се изменят, а



намаляването на добивите ще влошава управляемостта на реактора. Реактор само с гориво от ^{239}Pu ще изисква нова система за регулиране.

При първото зареждане зоната е заредена изцяло със свежо гориво. Енергоотделянето 94 % се дължи на делене на ^{235}U с топлинни нейтрони и около 6 % на делене на ^{238}U с бързи нейтрони. Поради това за първото зареждане в началото на кампанията β е смес от 94 % от “бетата” на ^{235}U и от 6 % от “бетата” на ^{238}U . С натрупване на ^{239}Pu и ^{241}Pu общата “бета” намалява.

Средната енергия на закъсняващите нейтрони е около 0.4 MeV, т.е. закъсняващите нейтрони са с по-ниска енергия от средната енергия на нейтроните, получени в процеса на делене. Поради по-ниската си енергия закъсняващите нейтрони са с *ценност* различна от тази на мигновените нейтрони, които са със средна енергия около 2 MeV. Ценността на закъсняващите нейтрони се отчита с коефициент около 1, като може да бъде и по-голям от 1 и по малък от 1.

Два са основните процеси, на които се дължи разликата в ценността на закъсняващите нейтрони:

- Закъсняващите нейтрони, родени по периферията на активната зона, поради по-малката средна дължина на забавяне с по-голяма вероятност от мигновените нейтрони избягват утечки от активната зона. За реактори с големи зони, каквито са енергетичните реактори, този ефект е пренебрежим;
- Средната енергия на закъсняващите нейтрони $\sim 0.4 \text{ MeV}$ е под прага на делене на ^{238}U ($\sim 1.2 \text{ MeV}$). За реактори, в които основната маса гориво е този изотоп, закъсняващите нейтрони са с по-ниска ценност, тъй като 6-9 % от деленията в активната зона са на ^{238}U и се предизвикват от бързи нейтрони.

1.2. Основно уравнение на реакторната кинетика

Нека разгледаме поведението във времето на нейтронния поток (или броя нейтрони) за една система с делящ се материал, което е в състояние на критичност, $K = 1$, и в даден момент $t = 0$ коефициентът на размножение се изменя със скок. Ще разгледаме поведението на системата в случай на точкова кинетика, т.е. без пространствена и времева зависимост на формата на нейтронния поток.

При шест групи ядра-предшественици на закъсняващи неутрони уравненията на кинетиката имат вид на система от 7 обикновени линейни диференциални уравнения за зависимите променливи $n(t)$ и $C_i(t)$, $i=1,\dots,6$ - пълен брой неутрони и пълен брой ядра-предшественици от група i в системата.:

$$\begin{aligned}\frac{dn(t)}{dt} &= \frac{\rho - \beta}{\Lambda} n(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i(t) \\ \frac{dC_i(t)}{dt} &= \frac{\beta_i}{\Lambda} n(t) - \lambda_i C_i(t) \quad (i = 1, \dots, 6)\end{aligned}\tag{7.9}$$

$\Lambda \equiv \frac{l}{K}$ е т.нар. време на генерация на едно неутронно поколение. Тъй като $K \approx 1$, това време е практически равно на времето на живот.

1.3. Уравнение на реакторната кинетика с една група закъсняващи неутрони

Аналитичното решаване на такава система е елементарна процедура, но все пак изисква търсенето на нулите на алгебричен полином от седма степен (Виж Приложение 7.1). За простота, но при запазване на качествените свойства на решението, ще приемем, че има само една група закъсняващи неутрони. Тогава уравненията на точковата кинетика придобиват следния вид:

$$\begin{aligned}\frac{dn(t)}{dt} &= \frac{\rho - \beta}{\Lambda} n(t) + \lambda C(t) \\ \frac{dC(t)}{dt} &= \frac{\beta}{\Lambda} n(t) - \lambda C(t)\end{aligned}\tag{7.10}$$

Решението на (7.10) за интересуващата ни величина $n(t)$ е:

$$n(t) = n_0 \left\{ \frac{-\rho}{\beta - \rho} \exp\left(-\frac{\beta - \rho}{\Lambda} t\right) + \frac{\beta}{\beta - \rho} \exp\left(\frac{\lambda \rho}{\beta - \rho} t\right) \right\}\tag{7.11}$$

Приближеното решение е изключително удобно за оценки. При положителен и отрицателен скок на реактивността приближеното решение *завишава* неутронния поток, т.е. оценката е консервативна. За много от практическите случаи, особено при малки изменения на реактивността, точността на приближеното решение е достатъчна.

Малки изменения на реактивността, $|\rho| < \beta$

Нека в даден момент $t = 0$ скокообразно е въведена реактивност $|\rho| < \beta$, например $\rho = 0.1\beta$. За време $t = 0.1$ s и време на живот характерно за водно-водни реактори 5×10^{-5} s

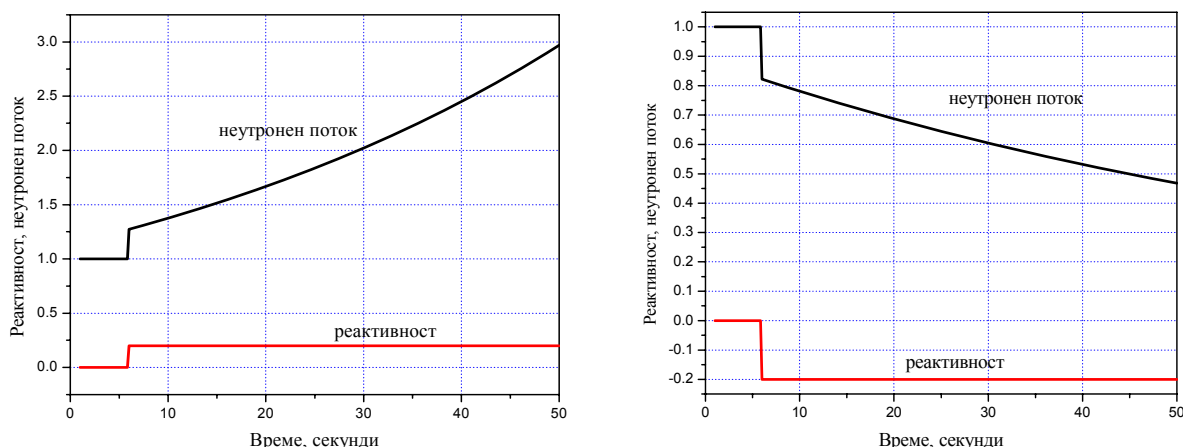
първата експонента е $\exp\left(-\left(0.0065 - 0.1 \times 0.0065\right) \frac{0.1}{5 \times 10^{-5}}\right) = \exp(-11.7) \approx 0$. Втората

експонента за $t = 1$ s е $\exp\left(\frac{0.1 \times 0.0065 \times 0.077}{0.0065 - 0.0065 \times 0.1} \times 1\right) = \exp(0.0085) \approx 1$. Веднага след въвеждане

на реактивност $\rho < \beta$ се наблюдава скок в неутронния поток: $n(t) = n_0 \frac{\beta}{\beta - \rho} = \frac{1}{1 - \frac{\rho}{\beta}}$.

Ако $\rho > 0$, скокът е положителен, ако $\rho < 0$, скокообразното изменение на неутронния поток е в посока на намаление.

На Фиг. 7.2 а, б е показана качествено зависимостта във времето на неутронния поток при въвеждане на положителна и след това отрицателна реактивност, $|\rho| < \beta$.



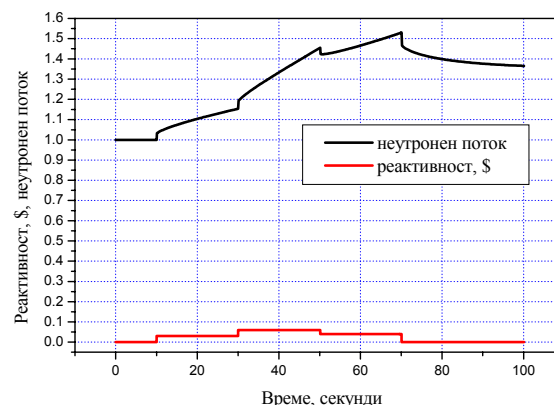
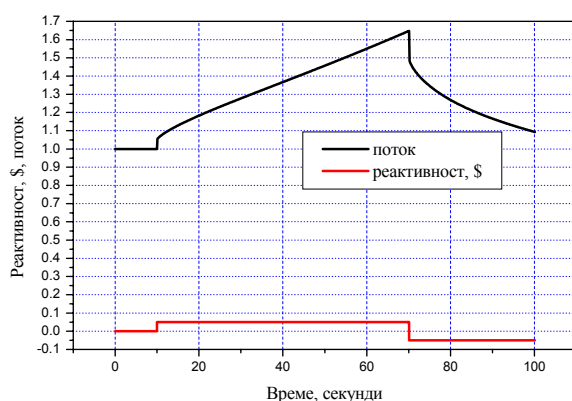
Фигура 7.2 а, б. Зависимост във времето на броя неутрони или неутронния поток при въвеждане на положителна а) и отрицателна реактивност б).

Началният скок на $n(t)$ се дължи на верижната реакция на делене с мигновените неутрони и се нарича *мигновен скок*. Физически това е начало на ядрен взрив. След “скока” и преминаване влиянието на преходните късоживущи експоненти се установява експоненциално изменение на неутронния поток, периодът на експоненциалното нарастване се нарича “асимптотичен период”. Асимптотичният период е равен на :

$$T = \tau \frac{\beta - \rho}{\rho}$$

7.12

На Фиг. 7.3 а, б е показана точната зависимост във времето на броя неутрони (или неутронен поток) при скокообразно изменение на реактивността за реактор без обратни връзки по мощност (реактор на нулева мощност) с отчитане на влиянието на натрупания плутоний за избраната дълбочина на изгаряне.



Фигура 7.3 а, б. Промяна в неутронния поток в реактор на нулева мощност при скокообразно изменение на реактивността (точно решение на уравнения на точковата кинетика, ВВЕР-440, дълбочина на изгаряне 10 MWd/kgU)

Големи положителни реактивности, $\rho > \beta$

За оценка може да се използва решението с една група закъсняващи неутрони. При $\rho > \beta$ показателят в първия член $\exp\left(-(\beta - \rho)\frac{t}{\Lambda}\right)$ е положителен, нека е много малко над нулата $-(\beta - \rho) = 0.001$ или $\rho = 1.17 \beta \equiv 1.17 \$$. За водно-водни реактори показателят е +20 за $t = 1$ s, т.е. **вторият член за една секунда увеличава 5×10^8 пъти стойността си.** Единствената отрицателна обратна връзка, която може да забави процеса е отрицателния температурен коефициент на реактивност по гориво. Такъв е бил случая на аварията в Чернобил, където реактивността значително е надвишила частта на закъсняващите неутрони.

Големи отрицателни реактивности

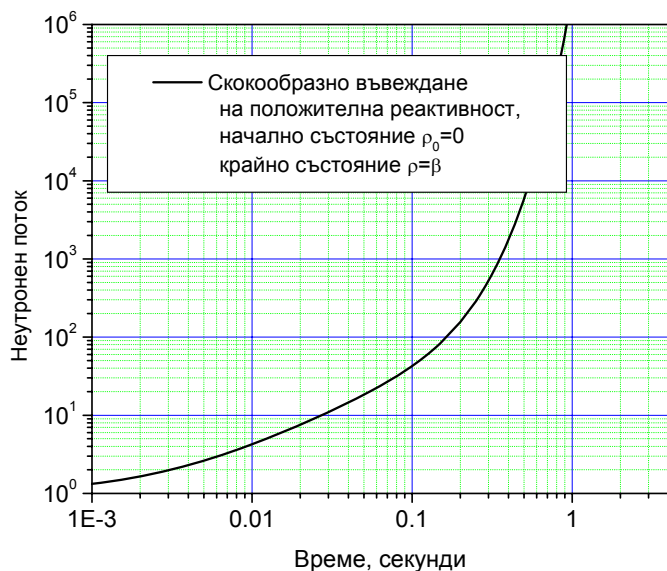
Бързо въвеждане на големи отрицателни реактивности, се реализира при сработване на аварийна защита на реактор.

При работа без ядрено греене на горивото (на нулева мощност) при въвеждане на отрицателна реактивност реакторът преминава в подкритично състояние. Броят неутрони в подкритичното състояние се определя от собствения източник на неутрони и подкритичността на реактора (виж раздел 14)

Случай $\rho = \beta$

При $\rho = \beta$ от $\frac{K-1}{K} = \beta$ се получава зависимостта $K(1-\beta) = 1$. Тъй като $1-\beta$ е частта на мигновените неутрони, $K(1-\beta)$ е коефициентът на размножение на мигновените неутрони. $K(1-\beta) = 1$ означава, че **реакторът е критичен на мигновени неутрони**. Какво е поведението на реактора, ако в критично състояние, $\rho = 0$, се въведе реактивност 1β ?

Точното числено решаване на уравнението на кинетиката показва, че неутронния поток ще нараства взривоподобно. Качествено обяснение може да се изгради чрез представата, че за времена под 1 s основно влияние имат групите с време на живот 0.3 s и 0.9 s. Ако се приеме само най-късата група за времена напр. 0.3 s, то $\beta = 0.0065$ е повече от 20 пъти “бетата” на най-късата по време на живот група. Поради това има това взривоподобно увеличение, защото в същност системата е надкритична.



Фигура 7.4. Нарастване на неутронния поток (в $t = 0$ $\Phi = 1$) при въвеждане на реактивност 1β от начално критично състояние .

Приложение 7.1

УРАВНЕНИЕ НА НОРДХАЙМ

При отчитане на шест групи закъсняващи неутрони откликът на реактора на скокообразно изменение на реактивността е качествено подобен на разгледания при една група закъсняващи неутрони. И в този случай се наблюдава мигновен скок и асимптотичен период, както и взривообразно нарастване на потока при $\rho > \beta$. Почти единствената качествена разлика е, че е нужно малко повече време за установяване на асимптотичния период.

Ако търсим такива стойности на ω , за които при постоянно ρ $n(t) \propto C(t) \propto \exp(\omega t)$ са частни решения на уравненията на кинетиката, се оказва че ω е решение на уравнението:

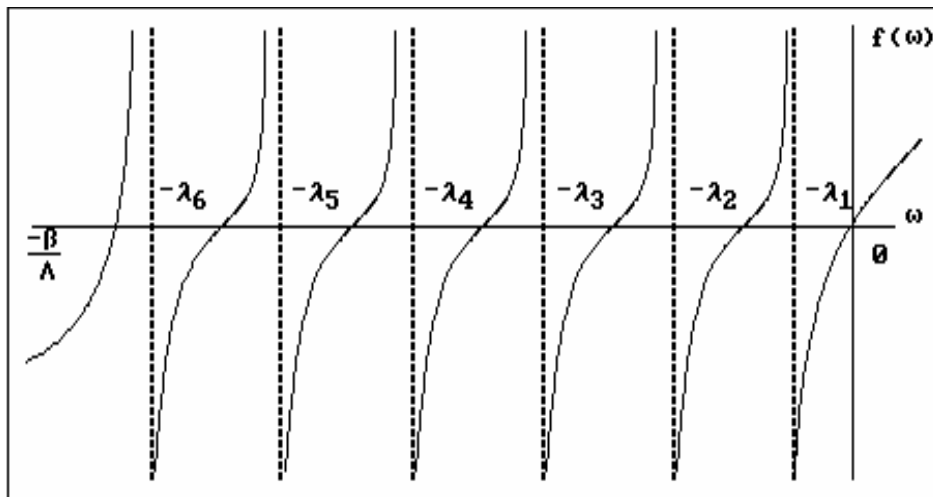
$$\rho = \omega \Lambda + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i \omega}{\omega + \lambda_i}$$

Това уравнение е полином от седма степен за ω и се нарича *формула на обратните часове* или *уравнение на Нордхайм*. Името идва от това, че в ранните дни на реакторната техника стойностите на ω са били измервани в "обратни часове". Стойност на ρ , при която $\omega = 1 \text{ час}^{-1}$, е един обратен час.

За всяка стойност на ρ (Λ и β се приемат за постоянни) горното уравнение има седем корена ω_i , а решенията на уравненията на точковата кинетика $n(t)$ и $C_i(t)$ са суми от седем експоненти: $\sum_{i=0}^6 \alpha_i \exp(\omega_i t)$.

На долната фигура е изобразена графично дясната страна на уравнението на Нордхайм

$$f(\omega) = \omega \Lambda + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i \omega}{\omega + \lambda_i} \text{ в логаритмичен мащаб по } \omega.$$



Фиг.7.П.1. Графика на дясната страна на уравнението на Нордхайм

За да намерим ω_i , съответстващи на дадена стойност на ρ , трябва да начертаяме права, успоредна на оста ω , на разстояние ρ над или под нея. Седемте стойности ω_i , отговарящи на пресечните точки на тази права с графиката на $f(\omega)$, са желаните корени на уравнението на Нордхайм.

Всичките корени са реални, а пет от тях са винаги между $-\lambda_6$ и $-\lambda_1$. Най-много един от тях е положителен, и то само при $\rho > 0$. При $\rho < 0$ има винаги един голям отрицателен корен.

При шест групи ядра-предшественици на закъсняващи неутрони уравненията на кинетиката имат вид на система от 7 обикновени линейни диференциални уравнения за зависимите променливи $n(t)$ и $C_i(t)$, $i=1,\dots,6$. Аналитичното решаване на такава система е елементарна процедура, но все пак изисква търсенето на нулите на алгебричен полином от седма степен. За простота, но при запазване на качествените свойства на решението, ще приемем, че има само една група закъсняващи неутрони. Тогава уравненията на точковата кинетика придобиват следния вид:

$$\begin{aligned}\frac{dn(t)}{dt} &= \frac{K-1-\beta}{l}n(t) + \lambda C(t) \\ \frac{dC(t)}{dt} &= \frac{\beta}{l}n(t) - \lambda C(t)\end{aligned}$$

Ако предположим, че частните решения на системата са от вида $\exp(\omega t)$, то общото решение ще бъде линейна комбинация от частните, удовлетворяваща началните условия за зависимите променливи. При такива частни решения $dn(t)/dt = \omega n(t)$ и $dC(t)/dt = \omega C(t)$. Тогава

горната система се преобразува в хомогенна система от две линейни алгебрични уравнения и има различно от нула решение само ако детерминантата на матрицата на тази система е равна на нула:

$$\omega^2 - \left(\frac{\rho - \beta}{l} \right) \omega - \frac{\lambda \rho}{l} = 0$$

Това условие може да се използва като уравнение за намиране на ω и решението му е:

$$\omega = \frac{1}{2} \left(\frac{\rho - \beta}{l} - \lambda \right) \pm \left[\frac{1}{4} \left(\frac{\rho - \beta}{l} + \lambda \right)^2 + \frac{\beta \lambda}{l} \right]^{1/2} \quad 7.П.2$$

Изразът под квадратния корен показва, че стойностите на ω са реални за всякакви стойности на ρ , т.е. $n(t)$ и $C(t)$ ще бъдат *апериодични* функции на времето.

Изразът за ω може да се запише и като:

$$\omega = \frac{1}{2} \left(\frac{\rho - \beta}{l} - \lambda \right) \pm \left[\frac{1}{4} \left(\frac{\rho - \beta}{l} - \lambda \right)^2 + \frac{\rho \lambda}{l} \right]^{1/2}, \text{ което показва, че:}$$

при $\rho > 0$ единият корен е положителен, а другият - отрицателен;

при $\rho = 0$ единият корен е нула, а другият е $-(\beta/l) - \lambda$;

а при $\rho < 0$ и двата корена са отрицателни.

Анализът на системата от линейни уравнения показва, че за всеки от двата корена ω_i $n(t)$ и $C(t)$ имат постоянно отношение:

$$\left. \frac{C(t)}{T(t)} \right|_i = - \frac{[(\rho - \beta)/l] - \omega_i}{\lambda} = \frac{\beta}{l(\omega_i + \lambda)}$$

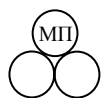
Следователно общото решение на уравненията на кинетиката е:

$$T(t) = a_1 \exp(\omega_1 t) + a_2 \exp(\omega_2 t)$$

$$C(t) = a_1 \frac{\beta}{l(\omega_1 + \lambda)} \exp(\omega_1 t) + a_2 \frac{\beta}{l(\omega_2 + \lambda)} \exp(\omega_2 t)$$

Коефициентите a_1 и a_2 подлежат на определяне от началните условия.

По физични съображения алгебричната структура на решението може да се опрости допълнително. От (7.П.2) се вижда, че, освен при ρ много близко до β , единият корен е много



голям по абсолютна стойност, а другият - много малък. Анализът показва, че при типичните за ВВЕР стойности $\beta = 0.007$, $l = 6.10^{-5} \text{ s}$ и $\lambda = 0.08 \text{ s}^{-1}$, и при $|\rho - \beta| > 0.5\beta$ корените са:

$$\omega_1 \approx -\frac{\beta - \rho}{l}; \omega_2 \approx \frac{\lambda \rho}{\beta - \rho}; \omega_1^2 \gg \omega_2^2$$

Оттук веднага се вижда, че при $\rho = 0$ $\exp(\omega_1 t)$ затихва много бързо (два пъти за $5.5.10^{-3} \text{ s}$) и стационарните стойности на $n(t)$ и $C(t)$ са:

$$n_0 = a_1 \text{ и } C_0 = n_0(\beta/l\lambda) \cong 1600n_0$$

Тъй като C_0 е приблизително общият брой ядра-предшественици на закъсняващи неутрони в реактора, а n_0 е приблизително общият брой неутрони в реактора, следва, че в стационарен режим броят на ядрата-предшественици надхвърля броя на неутроните около 1600 пъти.

Нека сега разгледаме преходния процес при критичен реактор, в който в момента $t=0$ е въведено внезапно (скокообразно) смущение на реактивността с амплитуда ρ .

При такива начални условия за a_1 и a_2 се получават следните стойности:

$$a_1 \cong \frac{\rho n_0}{\beta - \rho}; a_2 \cong \frac{\beta n_0}{\beta - \rho}, \text{ а уравнението на точковата кинетика за } n(t) \text{ с една група}$$

закъсняващи неутрони придобиват окончателния вид:

$$n(t) = n_0 \frac{\beta}{\beta - \rho} \left\{ \exp\left(\frac{\lambda \rho}{\beta - \rho} t\right) - \rho \exp\left(-\frac{\beta - \rho}{l} t\right) \right\}$$

Ще разгледаме хода на това решение за три практически ситуации: $\rho = -0.05$; $\rho = 0.0015$ и $\rho = 0.015$

Спиране на реактора

Скокообразно изменение на реактивността от 0 до -0.05 представлява аварийно спиране на реактора. При приетите типични стойности на β , l и λ решението на уравнението на кинетиката е:

$$n(t) = n_0 \{0.87 \exp(-958.t) + 0.13 \exp(-0.068t)\}$$

$$C(t) = n_0 \{0.0113 \exp(-958.t) + 1563 \exp(-0.068t)\}$$

Вижда се, че 87 процента от неутроните в реактора $n(t)$ изчезват за по-малко от 0.01 s. За същото време обаче се разпада едва съвсем малка част от ядрата-предшественици на закъсняващи неутрони. След това останалите неутрони и ядра-предшественици намаляват с около 15-секунден "период на разпадане" ($\equiv 1/\omega_2$). Първият член се обяснява със спадането на потока на изпусканите мигновено при деленето неутрони, а фактът че около 13 процента от началния брой неутрони остава, се дължи на много големия начален брой ядра-предшественици, които се разпадат по закона $\exp(-0.08t)$. Вторият член намалява по-бавно от разпадането на началния брой ядра-предшественици, тъй като в процеса на затихване на верижната реакция на делене се образуват нови ядра-предшественици на закъсняващи неутрони.

Надкритичен преходен процес

Ако в първоначално критичния реактор скокообразно се въведе реактивност 0.0015 (0.2 \$), решението на уравнението на кинетиката е:

$$n(t)=n_0\{-0.25\exp(-100t)+1.25\exp(0.02t)\}$$

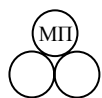
$$C(t)=n_0\{0.3125\exp(-100t)+1562.5\exp(0.02t)\}$$

Отново се вижда, че $n(t)$ се изменя почти скокообразно през първите няколко стотни от секундата, докато за същото време $C(t)$ се изменя незабележимо малко. След това, за сметка на втория член, и двете функции продължават да нарастват с *асимптотичен период* $1/\omega_2$ (в този случай 50 секунди).

Началният скок на $n(t)$ се дължи на верижната реакция на делене с мигновените неутрони и се нарича *мигновен скок*. Тъй като обаче относителното превишение на генерацията на неутрони над потреблението е едва ≈ 0.0015 , а 0.007 от неутроните при всяко делене се задържат от ядрата-предшественици, този процес не може да продължи.

Амплитудата на този скок е $\approx \frac{\beta}{\beta - \rho}$ и нараства с приближаването на ρ до β (този израз все пак е неприложим за $|\rho - \beta| < 0.5\beta$).

Мигновеният скок протича толкова бързо, че може да се приеме за незабавен. Това допускане има физичен смисъл на приемането, че $n(t)$ е в текущо равновесие с $C(t)$, при което уравнението на кинетиката придобива вида:



$$\frac{dC(t)}{dt} = \frac{\beta}{l} T(t) - \lambda C(t)$$

$$T(t) = \frac{\beta}{\beta - \rho} T_0 \frac{C(t)}{C_0} = \frac{\beta}{\beta - \rho} \frac{l\lambda}{\beta} C(t) = \frac{l\lambda}{\beta - \rho} C(t)$$

и има решение:

$$n(t) = \frac{\beta}{\beta - \rho} n_0 \exp\left(\frac{\lambda\rho}{\beta - \rho} t\right)$$

$$C(t) = \frac{\beta}{l\lambda} n_0 \exp\left(\frac{\lambda\rho}{\beta - \rho} t\right)$$

Надкритичен по мигновени неутрони преходен процес

Ако скокът на ρ надхвърля β , реакторът се нарича надкритичен по мигновени неутрони. Последиците са катастрофални. Например, ако $\rho = 0.0115$ (1.5 \$), решението на уравненията на кинетиката е:

$$n(t) = n_0 \{2.9 \exp(66.7t) - 1.9 \exp(-0.23t)\}$$

$$C(t) = n_0 \{5.4 \exp(66.7t) + 1562.5 \exp(-0.23t)\}$$

Първият член нараства ≈ 770 пъти за една десета от секундата и, освен ако някоя вродена обратна връзка в реактора (като доплеровия ефект) не компенсира излишната реактивност, реакторът ще се взриви.

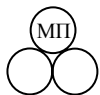
Физическата причина за това е, че даже при пълното пренебрегване на тези 0.007 от неутроните, които при всеки акт на делене се задържат в ядрата-предшественици, остава относително нарастване приблизително $0.0115 - 0.007 = 0.0045$ на броя на неутроните на всеки 6.10^{-5} s.

Системите за управление на енергетичните реактори трябва да могат винаги да ограничават положителната реактивност под 0.001-0.002. Поради този много тесен диапазон на допустимите режими тези реактори се конструират така, че да имат мигновена отрицателна обратна връзка по мощност (най-вече за сметка на доплеровия ефект при нарастване на температурата на горивото).

ВЪПРОСИ И ЗАДАЧИ

1. От какъв порядък е времето на живот на мигновените неутрони за реактор от типа ВВЕР?
2. Колко е средното време на живот на закъсняващите неутрони?
3. Как закъсняващите неутрони променят средното време на живот на едно поколение неутрони?
4. Променя ли се ефективната част на закъсняващите неутрони β с ефективните денонощия? Защо?
5. С увеличаването на ефективните денонощия ефективната част на закъсняващите неутрони β :
 - а) не се променя;
 - б) намалява;
 - в) расте.
6. На какво се дължи положителния или отрицателния скок на неутронния поток след скокообразно въвеждане на реактивност?
7. а) Колко е асимптотичния период в приближение на една група закъсняващи неутрони при въвеждане на реактивност от 0.01 % и $\beta = 0.0065$?
б) Колко е асимптотичния период в приближение на една група закъсняващи неутрони при въвеждане на реактивност от 5 pcm и $\beta = 0.0065$?
в) Колко е асимптотичния период в приближение на една група закъсняващи неутрони при въвеждане на реактивност от 0.01 \$?
8. Колко неутрона от делене се изпускат в един кубичен сантиметър за една секунда при плътност на енергоотделянето 1 W/cm^3 ?
9. Оценете периода на реактора без обратни връзки по мощност при преместване на регулиращата група с 5 cm, 10 cm нагоре и надолу от положението $K_{\text{eff}} = 1$.

Диференциалната ефективност на регулиращата група при съответните критични концентрации на бор в течение на кампанията е:



$C_B, \text{g/kg}$	$dp/dH, \%/cm \times 10^3$
7.77	2.15
5.21	2.52
2.72	2.74
0	2.91

Упътване:

Нека се приеме средна стойност $2.5 \times 10^{-3} \%/cm$. От:

$$n(t) = n_0 \left\{ \frac{-\rho}{\beta - \rho} \exp\left(-\frac{\beta - \rho}{l} t\right) + \frac{\beta}{\beta - \rho} \exp\left(\frac{\lambda \rho}{\beta - \rho} t\right) \right\}$$

периодът на реактора $\tau \equiv 1/\omega_2 = \frac{\beta - \rho}{\lambda \rho}$ може да се пресметне при известна реактивност и

стойности на $\lambda = 0.08 \text{ s}^{-1}$ и на $\beta = 0.71 \%$ и 0.68% в началото и края на кампанията:

$$T(5\uparrow) = +612 \text{ s}$$

$$T(5\downarrow) = -636 \text{ s}$$

$$T(10\uparrow) = +300 \text{ s}$$

$$T(10\downarrow) = -324 \text{ s}$$

10. Оценете въведената реактивност при регистриран период от $+100 \text{ s}$ в приближение на една група закъсняващи неутрони.

11. Оценете ефективността на аварийната защита, ако след скока неутронният поток е намалял 20 пъти.

Упътване:

За оценка ще използваме приближението за една група закъсняващи неутрони, След сработване на аварийната защита поведението във времето ще се описва от:

$$n(t) = n_0 \frac{1}{\beta - \rho} \left\{ \beta \exp\left(\frac{\lambda \rho}{\beta - \rho} t\right) - \rho \exp\left(-(\beta - \rho) \frac{t}{l}\right) \right\}$$

Веднага след скока,, напр. 10 s , втората експонента е 0, а първата е все още приблизително 1:

$$n(t) = n_0 \frac{1}{\beta - \rho} (\beta - 0) = n_0 \frac{\beta}{\beta - \rho}$$

$$\frac{n(t)}{n_0} = \frac{1}{1 - \rho / \beta}$$

$$\frac{\rho}{\beta} = 1 - \frac{n_0}{n(t)}$$

12. Какъв е сумарният добив на закъсняващи неутрони при делене на ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu , ^{241}Pu с топлинни неутрони?

13. По какъв признак са обединени ядрата-предшественици на закъсняващи неутрони в 6 условни групи?

14. Зависят ли константите на разпадане на ядрата-предшественици от дяляния се нуклид и от енергията на неутроните, предизвикващи деленето?

15. Обединете всички ядра-предшественици на закъсняващи неутрони в една група с "ефективна" константа на разпадане λ . Как ще пресметнете λ , ако са ви известни добивите β_i и константите на разпадане λ_i на отделните ядра-предшественици?

Упътване:

Добивът на ядра-предшественици от тази единствена група е равен на сумарния добив на ядра-предшественици на закъсняващи неутрони:

$$\beta = \sum_i \beta_i$$

Константата на разпадане на тази единствена група трябва да бъде такава, че скоростта на генерация на закъсняващи неутрони, приведена към един акт на делене, да бъде равна на действителната:

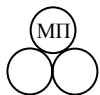
$$\beta \lambda = \sum_i \beta_i \lambda_i$$

Следователно:

$$\lambda = \frac{1}{\beta} \sum_i \beta_i \lambda_i$$

16. Изведете уравнението на Нордхайм:

Упътване:



Нека $n(t) = n_0 \exp(\omega t)$ и $C_i(t) = C_{i0} \exp(\omega t)$ са частни решения на уравненията на кинетиката:

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{\rho - \beta}{l} n(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i(t)$$

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \frac{\beta_i}{l} n(t) - \lambda_i C_i(t), i = 1, \dots, 6$$

Тогава:

$$\omega n_0 = \frac{\rho - \beta}{l} n_0 + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_{i0}$$

$$\omega C_{i0} = \frac{\beta_i}{l} n_0 - \lambda_i C_{i0} \Rightarrow C_{i0} = \frac{\beta_i}{l(\omega + \lambda_i)} n_0$$

Следователно:

$$\omega l = \rho + \sum_{i=1}^6 \lambda_i \frac{\beta_i}{(\omega + \lambda_i)} - \beta$$

$$\rho = \omega l + \sum_{i=1}^6 \frac{\omega \beta_i}{(\omega + \lambda_i)}$$

17. Как може да се използва уравнението на Нордхайм за пресмятане на ρ по асимптотичния период на реактора?